**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA DE TELECOMUNICACIÓ**

Assignatura: PROCESSAMENT DEL SEÑAL 25 d'octubre de 2004

Professors: Montse Nájar, Ana Pérez, Jaime Riba, Josep Vidal **Temps: 1:10' h.**

Considere el siguiente proceso:

$$x(n) = Ae^{j\omega_1 n} + z(n)$$

donde $\omega_1 \neq 0$, A es una variable aleatoria de media nula y varianza $\sigma_A^2$, y $z(n)$ es ruido Gausiano de media nula y densidad espectral de potencia $S_z(\omega) = \sigma_z^2$, con $\sigma_z^2$ desconocido. A y $z(n)$ son estadísticamente independientes. El objetivo es diseñar un estimador espectral de $S_x(0) = S_z(0) = \sigma_z^2$, mediante un filtro FIR **h** de 3 coeficientes, y un procesado por bloques de x(n).

**a.-** Halle los vectores **u** y **z** en el siguiente modelo vectorial:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(3k) \\ x(3k+1) \\ x(3k+2) \end{bmatrix} = Ae^{j3\omega_1 k}\mathbf{u} + \mathbf{z} \qquad k = 0, 1, \dots, K-1$$

**b.-** Halle la matriz de autocorrelación del proceso: $\mathbf{R} = E\left\{\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)\right\}$

El estimador espectral de $S_z(0)$ propuesto es:

$$\hat{S}_z(0) = \frac{\mathbf{h}^H \hat{\mathbf{R}} \mathbf{h}}{\|\mathbf{h}\|^2} \qquad \hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)$$

**c.-** Indique cuál es el vector **h** = $\mathbf{h}_p$ en el caso del estimador periodograma promedio (Barlett).

**d.-** Halle el sesgo del estimador en función de los vectores $\mathbf{h}$ y $\mathbf{u}$.

**e.-** Indique la expresión de la ventana $v(m)$ y dé la expresión de cómo calcular la función $\hat{r}(m)$ (sesgada o insesgada) para que el estimador periodograma promedio propuesto pueda expresarse del siguiente modo:

$$\hat{S}_z(0) = \sum_{m=-2}^{2} v(m)\hat{r}(m)$$

Interprete gráficamente el sesgo obtenido en base a la ventana espectral que actúa sobre la densidad espectral de potencia.

**f.-** ¿Qué valores de $\omega_1$ no producen sesgo en el estimador anterior? Dé también una interpretación gráfica en el dominio frecuencial.

**g.-** Con el objetivo de obtener un estimador espectral insesgado, diseñe un vector $\mathbf{h} = \mathbf{h}_c$ tal que minimize $\left\|\mathbf{h}_c - \mathbf{h}_p\right\|^2$ con la restricción $\mathbf{h}_c^H \mathbf{u} = 0$. Sugerencia: Utilice el método de los multiplicadores de Lagrange.

**i.-** Calcule la ventana sobre la correlación $v(m)$ en el caso de que $\omega_1 = \pi$.