	Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA Dept. Teoria del Senyal i Comunicacions	ComII. 2008-01-15 <i>Notas Provisionales: 22 Enero 2008</i> <i>Periodo de Alegaciones: 24 Enero 2008</i> <i>Notas Definitivas: 29 Enero 2008</i>
Profesores: M.Cabrera, J. Fernández Rubio, J. Riba <i>Informaciones adicionales:</i> - Duración de la prueba: 2h45' - Entregar en tres partes separadas. - Se prohíbe el uso de teléfonos móviles durante la realización del examen. No se pueden utilizar ni en su funcionalidad de reloj. - Durante la realización del examen debe tener visible un documento identificativo con fotografía.		

Ejercicio 1 (40%)

En una modulación digital la señal modulada se puede expresar del siguiente modo:

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} s_{m[n]}(t - nT) \quad \text{con} \quad s_m(t) = a_m \frac{1}{\sqrt{T/2}} \Pi\left(\frac{t - \frac{T}{4}}{\frac{T}{2}}\right) + b_m \frac{1}{\sqrt{T/2}} \Pi\left(\frac{t - \frac{3T}{4}}{\frac{T}{2}}\right) \quad (1)$$

Donde $a_m = \pm A$ es una variable aleatoria binaria de valores equiprobables y $b_m = \pm B$ es también una variable aleatoria binaria de valores equiprobables y es estadísticamente independiente a la variable a_m .

La señal $s(t)$ se transmite por un canal ideal ($h_c(t) = \delta(t)$) AWGN, cuyo ruido $w(t)$ presenta la densidad espectral de potencia $S_w(f) = \frac{N_0}{2}$.

Se pide:

a) Halle una base ortonormal generadora del espacio de señal y dibuje los vectores respecto a dicha base. Proponga la estructura del receptor óptimo y halle la probabilidad de error de bit (BER) del sistema en función del cociente $\frac{E_b}{N_0}$ y del cociente $\rho = \frac{A}{B}$.

Suponga a partir de este punto $A = B$ para el resto del ejercicio.

En un momento dado, se decide añadir un nuevo bit a cada símbolo $s_m(t)$ de la expresión (1), con el objeto de transmitir información de protocolo. La interpretación es que al añadir un bit de protocolo igual a '1' el símbolo $s_m(t)$ correspondiente transmite información de audio y al añadir un bit de protocolo igual a '0' el símbolo $s_m(t)$ correspondiente transmite información necesaria para el sincronismo de la señal.

En definitiva, la nueva señal transmitida, a la que denominaremos $g(t)$, se puede expresar

del siguiente modo:
$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} g_{m[n]}(t - nT) s_{m[n]}(t - nT)$$

Cuando el bit de protocolo vale '1' la función correspondiente es:

$$g_m(t) = g_1(t) = \Pi\left(\frac{t - \frac{T}{8}}{\frac{T}{4}}\right) - \Pi\left(\frac{t - \frac{3T}{8}}{\frac{T}{4}}\right) + \Pi\left(\frac{t - \frac{5T}{8}}{\frac{T}{4}}\right) - \Pi\left(\frac{t - \frac{7T}{8}}{\frac{T}{4}}\right)$$

Cuando el bit de protocolo vale '0' la función correspondiente es: $g_m(t) = g_0(t) = \Pi\left(\frac{t - \frac{T}{2}}{T}\right)$

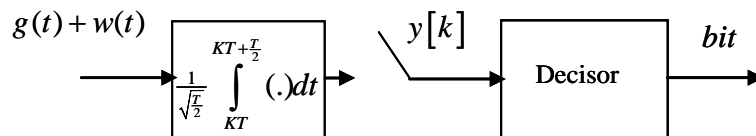
Ambos valores se producen con equiprobabilidad.

Se pide:

b) Halle y dibuje todas las formas de onda temporales del nuevo espacio de señal. Obtenga una base ortonormal generadora y los vectores de señal respecto a dicha base.

c) Obtenga razonadamente una cota superior lo más ajustada posible para la probabilidad de error de símbolo (SER) del sistema en función del cociente $\frac{E_s}{N_0}$.

d) Suponga ahora que se diseña un receptor para realizar una decisión binaria únicamente del bit de protocolo según la figura adjunta. Obtenga la distribución estadística de las variables condicionadas a los dos posibles valores del bit de protocolo: $y[k]|0$ y $y[k]|1$. Proponga una regla de decisión para el bloque decisor, que aplique el criterio MAP a partir de la variable $y[k]$. Calcule la BER para el bit de protocolo en función del cociente $\frac{E_s}{N_0}$.



Ejercicio 2 (60%)

Dos usuarios deben compartir un canal de ancho de banda B que presenta la siguiente respuesta en frecuencia:

$$H(f) = \begin{cases} 1 + \alpha & \text{para } f_a \leq |f| < f_a + B/2 \\ 1 - \alpha & \text{para } f_a + B/2 \leq |f| < f_a + B \end{cases} \quad \text{con } -1/2 \leq \alpha \leq 1/2$$

Observe que para $\alpha = 0$ el canal es ideal, y para $\alpha \neq 0$ (que puede ser tanto positiva como negativa) el canal presenta una banda desfavorecida. El valor de α no es conocido de antemano, con lo que no es posible saber cuál es la banda más desfavorecida.

Cada usuario transmite las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$, respectivamente, y la señal recibida es:

$$y(t) = (x_1(t) + x_2(t)) * h(t) + w(t)$$

donde $w(t)$ es ruido AWGN de densidad espectral de potencia $N_0/2$. Los dos usuarios presentan la misma E_b/N_0 , y todas las probabilidades de error a calcular en este problema deben quedar expresadas en función de esta E_b/N_0 .

Suponga primero que los dos usuarios acceden al canal por división en frecuencia (FDMA):

$$\text{Usuario 1: } x_1(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_1(k) p(t - kT) \cos(2\pi f_o t) \quad f_o = f_a + B/4$$

$$\text{Usuario 2: } x_2(t) = A \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_2(k) p(t - kT) \cos(2\pi f_1 t + \theta) \quad f_1 = f_a + 3B/4$$

La frecuencia f_o es un múltiplo entero de la velocidad de símbolo. $f_o = \frac{N}{T}$; $N \gg 1$

Los símbolos son binarios (± 1), independientes y equiprobables, $p(t)$ es un pulso de Nyquist ($p(t) = \sin(\pi t/T)/(\pi t/T)$) y $T = 2/B$. La fase θ es constante y conocida en recepción.

Se pide:

a) Halle el espectro de cada usuario y el espectro de la señal recibida.

b) Diseñe el receptor óptimo para cada usuario y halle la probabilidad de error del usuario más desfavorecido en función de un valor genérico de α .

El sistema de acceso FDMA es injusto en el sentido de que da lugar a usuarios más desfavorecidos que otros. Como alternativa se propone el acceso multi portadora por división en código (MC-CDMA) con el que cada usuario transmite según el siguiente formato:

$$\text{Usuario 1: } x_1(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_1(k) p(t-kT) [\cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi f_1 t)]$$

$$\text{Usuario 2: } x_2(t) = \frac{A}{\sqrt{2}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_2(k) p(t-kT) [\cos(2\pi f_0 t + \theta) - \cos(2\pi f_1 t + \theta)]$$

Con frecuencias f_0 y f_1 iguales que las empleadas en el sistema FDMA, y el mismo valor de θ .

Se pide:

c) Halle el espectro de cada usuario y el espectro de la señal recibida.

Suponga por el momento que es posible obtener un sincronismo perfecto de fase entre usuarios que garantice que $\theta = \pi/2$.

d) Diseñe el receptor óptimo para cada usuario y halle la probabilidad de error de cada usuario obtenida con el receptor anterior en función de un valor genérico de α . Comparando el resultado con el obtenido en b), discuta las ventajas de MC-CDMA con respecto a FDMA.

Suponga por último que no se consigue sincronismo de fase perfecto y que $\theta = \pi/2 + \varepsilon$ ($|\varepsilon| < \pi/4$).

e) Evalúe el efecto de la interferencia de acceso múltiple (MAI) en el receptor diseñado en el apartado anterior y discuta en especial los casos particulares de $\varepsilon = 0$ & $\alpha \neq 0$ y $\varepsilon \neq 0$ & $\alpha = 0$. En el caso general, evalúe una cota de la probabilidad de error de cada usuario.

f) Diseñe un receptor multiusuario decorrelador que cancele la MAI y calcule la probabilidad de error obtenida. Demuestre que en el peor de los casos (de canal y sincronismo de fase) se obtiene una pérdida equivalente de 0.58 dB de señal en cada usuario.

$$\begin{aligned} \cos(A)\cos(B) &= \frac{1}{2} \cos(A-B) + \frac{1}{2} \cos(A+B) & \text{sen}(A+B) &= \text{sen}(A)\cos(B) + \cos(A)\text{sen}(B) \\ \text{sen}(A)\text{sen}(B) &= \frac{1}{2} \cos(A-B) - \frac{1}{2} \cos(A+B) & \cos(A+B) &= \cos(A)\cos(B) - \text{sen}(A)\text{sen}(B) \\ \text{sen}(A)\cos(B) &= \frac{1}{2} \text{sen}(A-B) + \frac{1}{2} \text{sen}(A+B) \end{aligned}$$